PRIMJENA MATEMATIČKE STATISTIKE I RAČUNA VJEROJATNOSTI U HIDROLOGIJI

- Bez obrade pomoću matematičke statistike i/ili računa vjeroatnosti opažane i izmjerene hidrološke i meteorološke pojave *(veličine)* samo su skup nepovezanih pa i nesuvislih veličina, koje tek primjenom matematičke statistike i računa vjeroatnosti daju potrebne pokazatelje *(parametre)* za definiranje režima tih pojava.

- Metode matematičke statistike i račun vjerojatnosti su *primjenjena matematička teorija slučajnih događaja*

- Pojavnost meteoroloških i hidroloških veličina osniva se na fizikalnim zakonitostima prirodnih pojava, pa bi se moglo pomisliti da se ta pojavnost može definirati *(odrediti)* pomoću poznatih fizikalnih zakona. Međutim, redovito se radi o mnoštvu geografsko-fizičkih čimbenika koji sudjeluju u formiranju konkretne pojave, a koji nam u kvantitativnom smislu pa ponekad niti teoretski nisu poznati. Zbog toga se izmjereni pokazatelji meteoroloških i hidroloških pojava smatraju slučajnim veličinama.

- *''U pravilu se smatra slučajem onaj događaj koji nastaje kao posljedica toliko mnogo uzroka, da nismo u mogućnosti točno izračunati kada i gdje će stanoviti događaj nastupiti. (Vranić 1965.)*

HIDROLOŠKE VELIČINE

Pod hidrološkom veličinom se podrazumjeva sve ono što se u hidrologiji može izmjeriti i izraziti brojem *(vodostaji, protoci, dubine vode, mutnoća, pronos nanosa i drugo)*.

Ako se jedna veličina u toku nekog procesa ne mijenja, naziva se konstantom

Veličine koje se u toku nekog procesa mijenjaju nazivaju se pramjenljivim veličinama ili varijablama; razlikuju se zavisne i nezavisne varijable.

primjer: *hidrostatki tlak vode na određenu površinu je konstantan ako se dubina (razina) vode ne mjenja; s promjenom dubine mjenja se i hidrostatski tlak; hodrostatski tlak je zavisna varijabla a dubina vode nezavisna hidrološka varijabla*

Izmjerene hidrološke veličine, (*varijable*) su pokazatelji hidroloških procesa.

Hidrološki procesi su procesi koji se događaju s vodom u okviru hidrološkog ciklusa.

Hidrološki su procesi slučajni (*stohastički*) procesi.

Stohastički procesi su procesi koji se odvijaju u prirodi tijekom vremena a kojima ne znamo uzrok(e) pa ih nije moguće sa sigurnošću predvidjeti.

Izmjerene hidrološke veličine su slučajne hidrološke varijable.

Hidrološka mjerenja i podaci, vremenske serije podataka

Opažanja i mjerenja u hidrologiji:

- sekvencijalna (diskontinuirana)
- kontinuirana

Vremenska serija podataka:

kronološki poredani podaci o stohastičkom procesu izmjereni u prirodi.

Diskretna *(diskontinuirana)* **vremenska serija:** kada imamo izmjerenu realizaciju stohatičkog procesa samo u nekim vremenskim točkama; to je skup hronološki poredanih podataka od diskrektnih mjerenja *(najčešće okularnih očitanja)* po nekom režimu mjerenja na klasičnim mjernim instrumentima *(meteorološka očitanja na mjernim instrumentima - npr. temperature i vlažnosti zraka, te hidrološka očitanja - npr. čitanja vodostaja na vodomjernoj letvi)*

Kontinuirana vremenska serija: kada u svakoj vremenskoj točki imamo izmjerenu vrijednost stohastičkog procesa; to su zapisi sa instrumenata za kontinuirano mjerenje procesa *(ombrografi, limnigrafi, razni instrumenti s data loggerima)*.

VRSTE PODATAKA ZA HIDROLOŠKE ANALIZE

Za istraživanje osobina hidroloških veličina *(slučajnih varijabli)* koje se odnose na raspodjele količine i kakvoće vode u vremenu i prostoru na raspolaganju su četiri tipa podataka:

1. Povjesni podaci osmatranja hidroloških procesa tijekom vremena s pojedinih lokacija, tj. kontinuirane ili diskretne hidrološke vremenske serije.

2. Podaci terenskih osmatranja duž pravca *(profila),* ili mjerenja hidroloških pojava po površini ili u prostoru *(npr. određivanje dubine vodopropusnih slojeva sa podzemnom vodom, određivanje karakteristika nanosa duž riječnog korita i slična mjerenja)*.

3. Laboratorijski ili terenski eksperimentalni podaci koji se odnose na hidrologiju, a dobiveni su metodama sličnim kao pri dobivanju podataka pri hidrauličkim eksperimentima *(npr. koeficijenti filtracije),*

4. Simultana mjerenja dvije ili više slučajnih varijabli sa ciljem da se utvrdi veza između tih varijabli, uglavnom za svrhe prenošenja statističkih informacija s jedne na drugu varijablu *(npr. korespodentni vodostaji)*

UVJETI KOJE MORAJU ISPUNJAVATI HIDROLOŠKI PODACI DA BI SE MOGAO PRIMJENITI RAČUN VJEROJATNOSTI

Meteorološke i hidrološke podloge sačinjavaju podaci dobiveni motrenjem i mjerenjem. Od prikupljenih podataka formira se vremenski niz *(slijed, serija)* podataka koji predstavlja podatke poredane redoslijedom kojim su bili opaženi ili izmjereni.

Primjeri slijedova *(nizova, serija)* podataka su: maksimalne godišnje oborine različitih intenziteta *(satne, jedno-, dvo- i tro-dnevne),* ukupne godišnje oborine u vešegodišnjem razdoblju, maksimalni, srednji i minimalni godišnji protoci u vešegodišnjem razdoblju i drugo.

Slijed podataka se može prihvatiti kao niz vrijednosti slučajne varijable *(promjenljive veličine),* koji predstavlja podatke o nekim pojavama po redoslijedu *(kronološki)* ili uređeno *(po veličini)* i na njega se mogu **primijeniti metode matematičke statistike i račun vjerojatnosti ako je ispunjeno slijedećih 5 uvjeta:**

1.) Članovi niza su slučajne veličine.

Meteorološke i hidrološke veličine može se smatrati slučajnima zbog vrlo velika broja različitih utjecaja o kojima one ovise.

2.) Članovi niza su međusobno neovisni.

Član kronološkoga niza ne smije utjecati na veličinu (iznos) člana koji slijedi. *Primjerice, za godišnje ekstremne vrijednosti u hidrološkim godinama redovito se može usvojiti da su međusobno neovisne.*

3.) Niz mora biti homogen.

Homogenost ili istovrsnost podataka je potrebno ispitati ako postoje razlozi za to *(npr. promjene u vodnom režimu, promjne u profilu vodotoka i sl.)*. Ispitivanja homogenosti provode se različitim testovima, npr. testom Kolmogorova, Wilcoxonovim testom, i sl.

4.) Članovi niza moraju biti stacionarni.

Različite promjene uzrokuju nestacionarnost koja se na podatke odražava u vidu trendova, periodičnosti i dr.

Trend kronološkog niza hidroloških podataka je generalni prirast hidrološke veličine po jedinici vremena (pozitivan ili negativan prirast, padajuće ili rastuće usmjerivanje) i odnosi se na cijeli vremenski niz.

Periodičnost u nizu hidroloških podataka predstavljaju pravilni ili promjenljivi oblici *(grupe podataka)* koji se dnevno, sezonski, godišnje ili višegodišnje pravilno izmjenjuju. Periodičnost se ispituje različitim testovima *(npr. Fischerov test).*

5.) Niz mora biti dovoljno dug.

Kada se primjenjuju hidrološki postupci temeljni problem predstavlja procjenjivanje jesu li raspoloživi nizovi osnovnih hidroloških podataka dovoljno dugi za donošenje pouzdanih zaključaka. U literaturi se za razne hidrološke analize preporučuju različita minimalna razdoblja mjerenja. Duljina hidrološkoga niza može se provjeriti na osnovi veličine **pogreške koeficijenta varijacije $\boldsymbol{\sigma_{cv}}$** prema formuli koju preporuča UNESCO:

$$\sigma_{cv} = c_v \sqrt{\frac{1 + 2c_v^2}{2n}}$$

gdje je: c_v koeficijent varijacije, a n je broj članova niza;

Ukoliko je $\boldsymbol{\sigma_{cv}} < 0{,}10$ niz se može smatrati dovoljno dugim za korištenje.

Uz isti kriterij ($\boldsymbol{\sigma_{cv}} < 0{,}10$) može se primjeniti nešto stroža Kricky-Menkelova formula *(s istim oznakama kao u prethodnoj formuli):*

$$\sigma_{cv} = \frac{c_v}{\sqrt{2(n+1)}} \sqrt{1 + 3c_v^2}$$

Za primjenu ovih formula moraju biti ispunjena tri uvjeta:

a) članovi niza međusobno su neovisni

b) razmatrani je niz homogen

c) raspodjela članova niza je asimetrična.

Uobičajeno je pravilo u hidrološkoj praksi da se za primjenu metoda matematičke statistike koriste nizovi ulaznih podataka od najmanje **30 godina**.

Kada razmatrani hidrološki niz zadovoljava navedenih pet uvjeta, na njegove se podatke mogu primijeniti metode matematičke statistike i račun vjerojatnosti.

ISPITIVANJE HOMOGENOSTI NIZA HIDROLOŠKIH PODATAKA

Pomanjkanje homogenosti niza podataka predstavlja obično glavni problem prilikom njegovog formiranja. Nehomogenost niza znači da su njegovi članovi *(podaci)* uzeti iz dvije ili više različitih 'populacija', *(tj. podskupova)* mjerenih podataka koji se razlikuju u svojoj genezi. Npr.: formiranje niza maksimalnih godišnjih vodostaja iz ukupnog fonda mjerenih podataka na nekom vodomjernom profilu na kojem je mjenjana kota nule vodomjera, ili pak na vodomjernom profilu koji je nakon dužeg razdoblja mjerenja dospio pod utjecaj neke riječne građevine *(npr. brane),* pa se rezultati mjerenja vodostaja *(i protoka)* prije i nakon izgradnje te građevine razlikuju u svojoj genezi.

Za ispitivanje homogenosti niza podataka u hidrologiji se najčešće primjenjuje **Smirnov- Kolmogorov test**, kao i **Wilcoxonov** neparametarski test *(test rangiranja)*.

Smirnov-Kolmogorov test homogenosti

Teorem Smirnova: ako elementi (članovi) dvaju uzoraka veličine **k** i **l** pripadaju istoj 'populaciji' (*tj. ako su homogeni),* tada najveća **|apsolutna| razlika d** između dvije empirijske razdijobe vjerojatnosti (*za uzorak **k** i uzorak **l***) pomnožena sa veličinom:

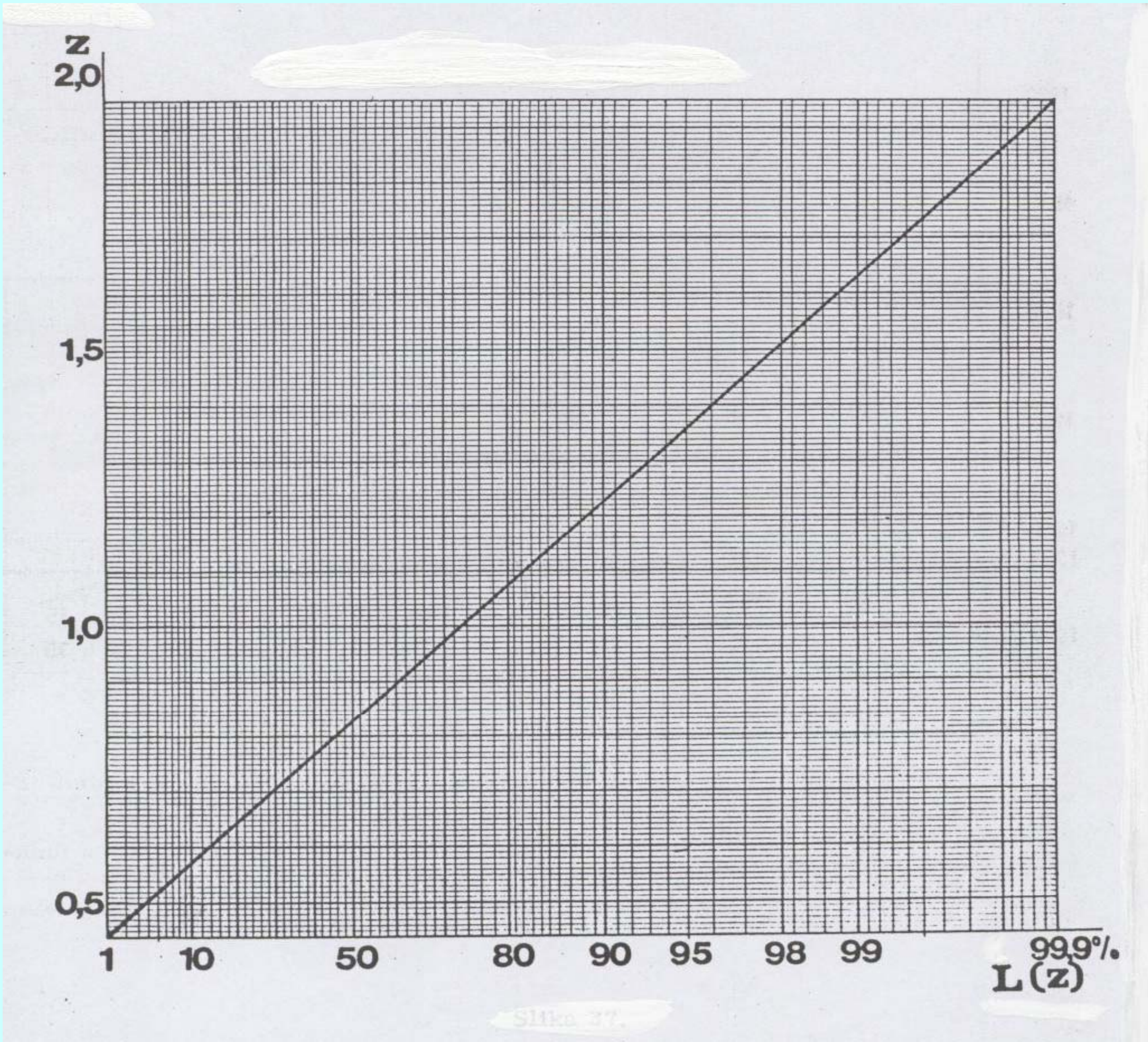
$$\sqrt{n} = \sqrt{\frac{k \cdot l}{k + l}} \qquad \text{tj.} \qquad z = d \cdot \sqrt{n}$$

stvara slučajnu varjablu s distribucijom koja odgovara funkciji Kolmogorova **L(z)** , pod uvjetom da su **k** i **l** dovoljno veliki.

Prema matematičkoj statistici za homogenost niza treba biti zadovoljen uvijet:
$p = 100\ [\ 1 - L(z)] \geq\ 5\ \%$
Ukoliko je $1\% < p < 5\%$ hipoteza o homogenosti je nesigurna,
a za $p < 1\%$ homogenost niza nije zadovoljena.

U praksi se niz opaženih podataka podjeli na dva dijela (**k** i **l**); obično granica podjele odgovara terminu za koji se pretpostavlja da je nastala promjena u genezi podataka (*npr. promjena '0' vodomjera*); zatim se za nizove **k** i **l** konstruiraju njihove empirijske razdiobe vjerojetnosti i utvrdi se maksimalna razlika tih razdioba **d**, kao i parametar $n^{1/2}$ i $\mathbf{z = d \cdot n^{1/2}}$ a zatim se pomoću funkcije Kolmogorova ustanovi vrijednost **L(z)** , te vrijednost **p = 100 [1 – L(z)]**.
Za **p ≥ 5%** smatra se da je uvijet homogenosti niza zadovoljen.

FUNKCIJA KOLMOGOROVA



ISPITIVANJE HOMOGENOSTI NIZA WILCOXONOVIM TESTOM

Za ispitivanje homogenosti pogodan je zbog objektivnosti i jednostavnosti Wilcoxonov neparametarski test (*test rangiranja*).

Osnovne pretpostavke za provođenje tog testa su:
- članovi osnovnih skupova međusobno su neovisni;
- osnovni skupovi su neprekinuti;
- oblici razdioba skupova su nepoznati.

Kada se primjenjuje ovaj test, oblici razdioba razmatranih skupova ne pretpostavljaju se unaprijed. U tome je njegova praktična prednost u odnosu na većinu klasičnih metoda parametarskih testiranja homogenosti, koje polaze od pretpostavke da je razmatrana varijabla ili normalno raspoređena ili da prati neku drugu raspodjelu s poznatim parametrima.

Postupak:

iz ukupnoga niza podatak od **n** članova izdvajaju se dva osnovna niza (poskupa) – *'originalni'* s $\mathbf{n_1}$ članova, i *'modificirani'* s $\mathbf{n_2}$ članova, pri čemu je $\mathbf{n = n_1 + n_2}$ *('modificirani' niz je onaj za koji se pretpostavlja da ima 'modificiranu' genezu podataka)*

U računu vjerojatnosti dokazano je da suma rangova* osnovnih nizova velikih skupova slijedi normalnu raspodjelu, uz uvjet da su n_1 i n_2 veći od 7 .

* [rang člana u uređenom nizu podataka *(po opadanju ili po porastu)* je njegov redni broj u takovom nizu]

ISPITIVANJE HOMOGENOSTI NIZA WILCOXONOVIM TESTOM nastavak I

Uz uvjet da su $\mathbf{n_1}$ i $\mathbf{n_2}$ veći od 7 očekivana vrijednost sume rangova osnovnih nizova je:

$$E_{(s)} = \frac{n_2(n_1 + n_2 + 1)}{2}$$

Standardno odstupanje sume rangova osnovnih nizova σ_s je:

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}$$

suma rangova *'modificiranog'* niza S_0 u cjelovitom uređenom nizu je:

$$S_0 = \sum_{j=1}^{n_2} k_j$$

a opaženo standardno jedinično odstupanje U_0 je:

$$U_0 = \frac{S_0 - E_{(s)}}{\sigma_s}$$

Osnovnoj *(nultoj)* pretpostavci o homogenosti, tj. da nema značajnih promjena u podacima, suprostavljena je alternativna pretpostavka - da postoje značajne promjene uzrokovane prirodnim ili umjetnim čimbenicima.

Uz uvažavanje razine povjerenja $\alpha = 0{,}05$ donja i gornja granica prihvaćanja nulte pretpostavke usvajaju se prema normalnoj raspodjeli: $-1{,}96 < U_0 < +1{,}96$

Prema tome, ako se vrijednost opaženog standardnog jediničnog odstupanja nalazi unutar granica $\pm 1{,}96$ može se s vjerojatnošću većom od 95% usvojiti da je niz homogen (95 % vrijednosti standardne normalne raspodjele je u intervalu $-1{,}96 < z < +1{,}96$). Ako je vrijednost U_0 izvan granica $\pm 1{,}96$ vjerojatnost za prihvaćanje nulte pretpostavke je manja od 95 %, pa je takav niz, prema usvojenom kriteriju, nehomogen.

ISPITIVANJE HOMOGENOSTI NIZA WILCOXONOVIM TESTOM
primjer

primjer iz: Ranko Žugaj – HIDROLOGIJA

Srednji godišnji protoci Krke u profilu Marasovine

Godina	Q (m^3/s) kronološki	Q (m^3/s) po veličini orig. i mod. niz	Q (m^3/s) po veličini zajednički niz	Rang k	Broj članova originalnoga i modificiranoga niza
1963.	23,7	30,0	30,0	1	
1964.	23,8	30,0	30,0	2	
1965.	28,0	29,3	29,3	3	
1966.	30,0	28,8	28,8	4	originalni niz:
1967.	20,4	28,6	28,6	5	
1968.	21,7	28,0	28,0	6	$n_1 = 18$
1969.	27,3	27,5	27,5	7	
1970.	29,2	27,3	27,3	8	
1971.	19,5	26,7	26,7	9	
1972.	21,2	26,1	26,1	10	
1973.	16,5	23,8	23,8	11	
1974.	30,0	23,7	23,8	12*	
1975.	21,3	21,7	23,7	13	
1976.	26,1	21,3	21,8	14*	
1977.	26,7	21,2	21,7	15	$SQ = 25,0\ m^3/s$
1978.	28,6	20,4	21,7	16*	$\sigma = 4,10\ m^3/s$
1979.	27,5	19,5	21,3	17	$c_v = 0,16$
1980.	28,8	16,5	21,2	18	
1981.	21,7	23,8	20,6	19*	
1982.	20,0	21,8	20,4	20	
1983.	17,6	21,7	20,0	21*	
1984.	23,8	20,6	19,5	22	modificirani niz:
1985.	16,9	20,0	19,3	23*	
1986.	21,8	19,3	17,6	24*	$n_2 = 10$
1987.	19,3	17,6	16,9	25*	
1988.	20,6	16,9	16,5	26	$SQ = 19,4\ m^3/s$
1989.	16,2	16,2	16,2	27*	$\sigma = 2,64\ m^3/s$
1990.	16,1	16,1	16,1	28*	$c_v = 0,14$

ISPITIVANJE HOMOGENOSTI NIZA WILCOXONOVIM TESTOM:

primjer – nastavak (*proračun*)

Prosjek sume rangova osnovnih nizova:

$$E_{(s)} = \frac{n_2(n_1+n_2+1)}{2} = \frac{10(18+10+1)}{2} = 145$$

Standardno odstupanje sume rangova:

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{n_1 n_2(n_1+n_2+1)}{12}} = \sqrt{\frac{18\cdot 10\cdot (18+10+1)}{12}} = 20{,}86$$

Suma rangova 'modificiranog' niza:

$$S_0 = \sum_{j=1}^{n_2} k_j = 12+14+16+19+21+23+24+25+27+28 = 209$$

Standardno jedinično odstupanje:

$$U_0 = \frac{S_0 - E_{(s)}}{\sigma_s} = \frac{209-145}{20{,}86} = 3{,}07 > U_0 = 1{,}96$$

Na osnovu provedenog izračuna *(testa)* može se zaključiti da razmatrani niz srednjih godišnjih protoka nije homogen, tj. ukupan niz podataka o srednjim godišnjim protocima Krke u profilu Marasovine sastoji se od dva zasebna *(nekompatibilna)* niza, jedan iz razdoblja 1963.- 1980. god. i drugi iz razdoblja 1981.- 1990. god.

VJEROJATNOST : *definicije*

Klasična definicija: *vjerojatnost nekog događaja je omjer broja za njega povoljnih slučajeva prema broju svih jednako mogućih slučajeva.*

$$P(x) = \frac{m}{n}$$

(to je vjerojatnost ***a priori*** - */unaprijed/*)

Klasična definicija zahtjeva da skup povoljnih i svih mogućih događaja bude konačan i poznat, a to se u praksi rijetko događa

Statistička vjerojatnost: *vjerojatnost na osnovu iskustva (mjerenja)*

(to je vjerojatnost ***a posteriori*** */empirijska vjerojatnost/*)

relativna frekvencija: *omjer broja slučajeva kad je nastupio povoljan događaj (f) (onaj koji promatramo) naprama ukupnom broju opaženih (mjerenih) slučajeva (N);*

$$f_r(x) = \frac{f}{N}$$

relativna frekvencija povoljnog događaja u nizu pokusa (mjerenja) uz iste uslove teži prema granici koja je jednaka ***vjerojatnosti*** *tog događaja, kada broj pokusa (N) raste prema bezkonačno.*

$$P(x) = \lim_{N\to\infty} \frac{f}{N}$$

vjerojatnost *a priori* možemo shvatiti kao relativnu frekvenciju ***P(x)= m/n = f/N***

pa vrijedi: $\boldsymbol{0 \le P(x) \le 1}$

za f=0 biti će P(x)=0 tj. vjerojatnost nemogućeg događaja jednaka je nuli

za f=N biti će P(x)=1 tj. vjerojatnost sigurnog događaja jednaka je jedinici (kada su svi događaji povoljni)

TOTALNA VJEROJATNOST

totalna *(kumulativna)* **vjerojatnost:** *ako povoljan događaj može nastupiti na više načina koji se međusobno isključuju (ne mogu nastupiti istovremeno, tj. događa se ili jedan ili drugi način s tim da je svaki povoljan) i svaki način ima svoju vjerojatnost, tada je vjerojatnost povoljnog događaja jednaka sumi vjerojatnosti svakog od načina njegovog nastajanja.*

*Ako skupu od **N** elemenata imamo f_1 elemenata povoljnog događaja prve vrste **(x_1)** i f_2 elemenata povoljnog događaja druge vrste **(x_2)** biti će:*

vjerojatnost događaja prve vrste: $P(x_1)= f_1 /N$

vjerojatnost događaja druge vrste: $P(x_2)= f_2 /N$

ukupna vjerojatnost povoljnih događaja:

$$P(x) = \frac{f_1 + f_2}{N} = \frac{f_1}{N} + \frac{f_2}{N} = P(x_1) + P(x_2)$$

SLOŽENA VJEROJATNOST

Složena vjerojatnost: *vjerojatnost da će istovremeno nastupiti više događaja koji su međusobno nezavisni (tj. ishod jednog ne zavisi od ishoda drugog događaja) jednaka je produktu vjerojatnosti svih pojedinih događaja koji se istovremeno javjaju.*

$$P_s(x) = P(x_1) \cdot P(x_2) \cdot \,.\,.\,.\,.\,.\, \cdot P(x_k)$$

(Primjer: vjerojatnost da se istovremeno dogodi poplava Zagreba od rijeke Save i od potoka s Medvednice)

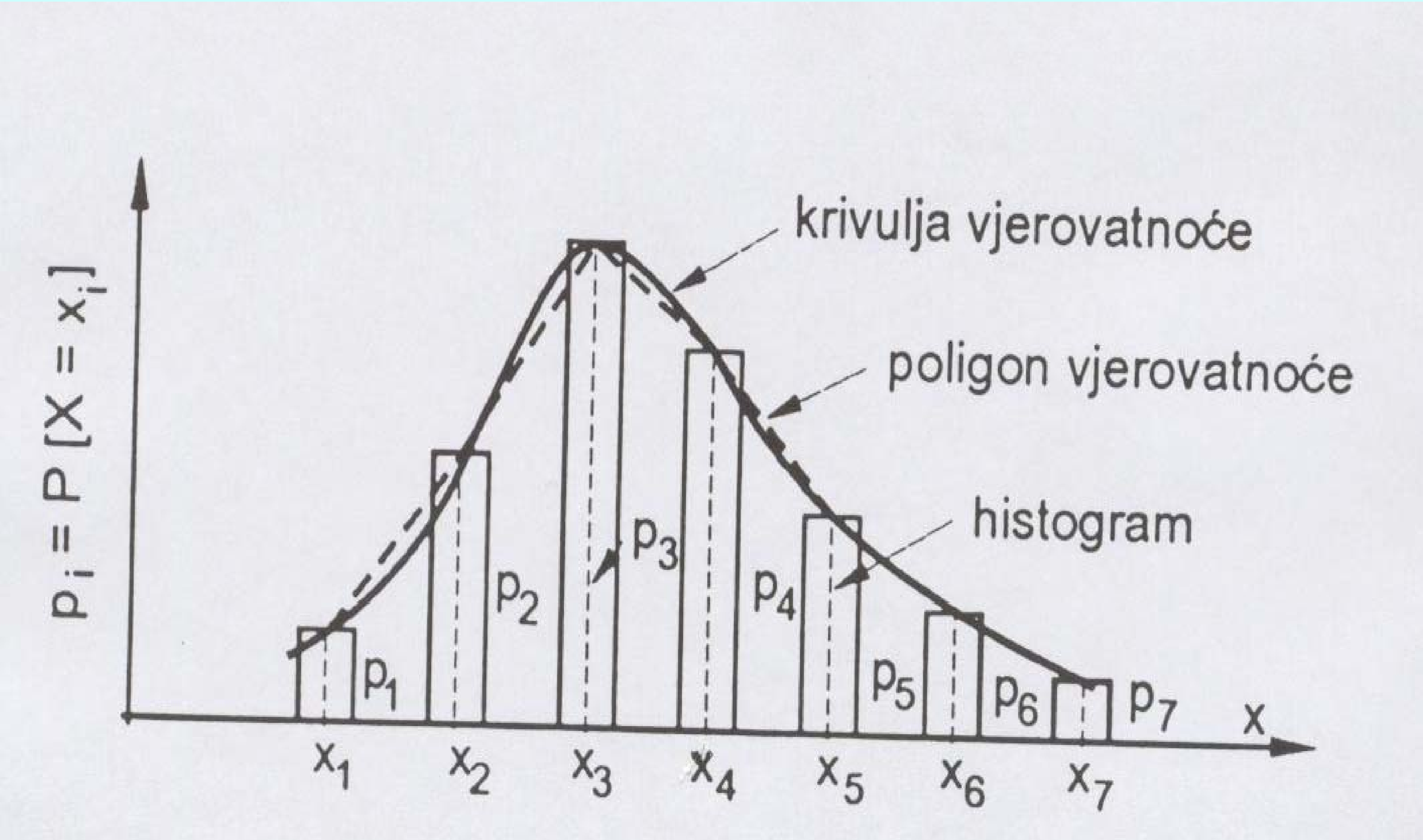
UVOĐENJE RAČUNA VJEROJATNOSTI U HIDROLOGIJU

Shvačajući hidrološke podatke kao statističke realizacije hidroloških veličina, *(tj. realizacije slučajnih varijabli),* u hidrologiju je uveden račun vjerojatnosti čiji se osnovni pojmovi mogu usporediti sa spoznajama o statističkoj učestalosti i trajnosti *(tj. kumulativnoj učestalosti):*

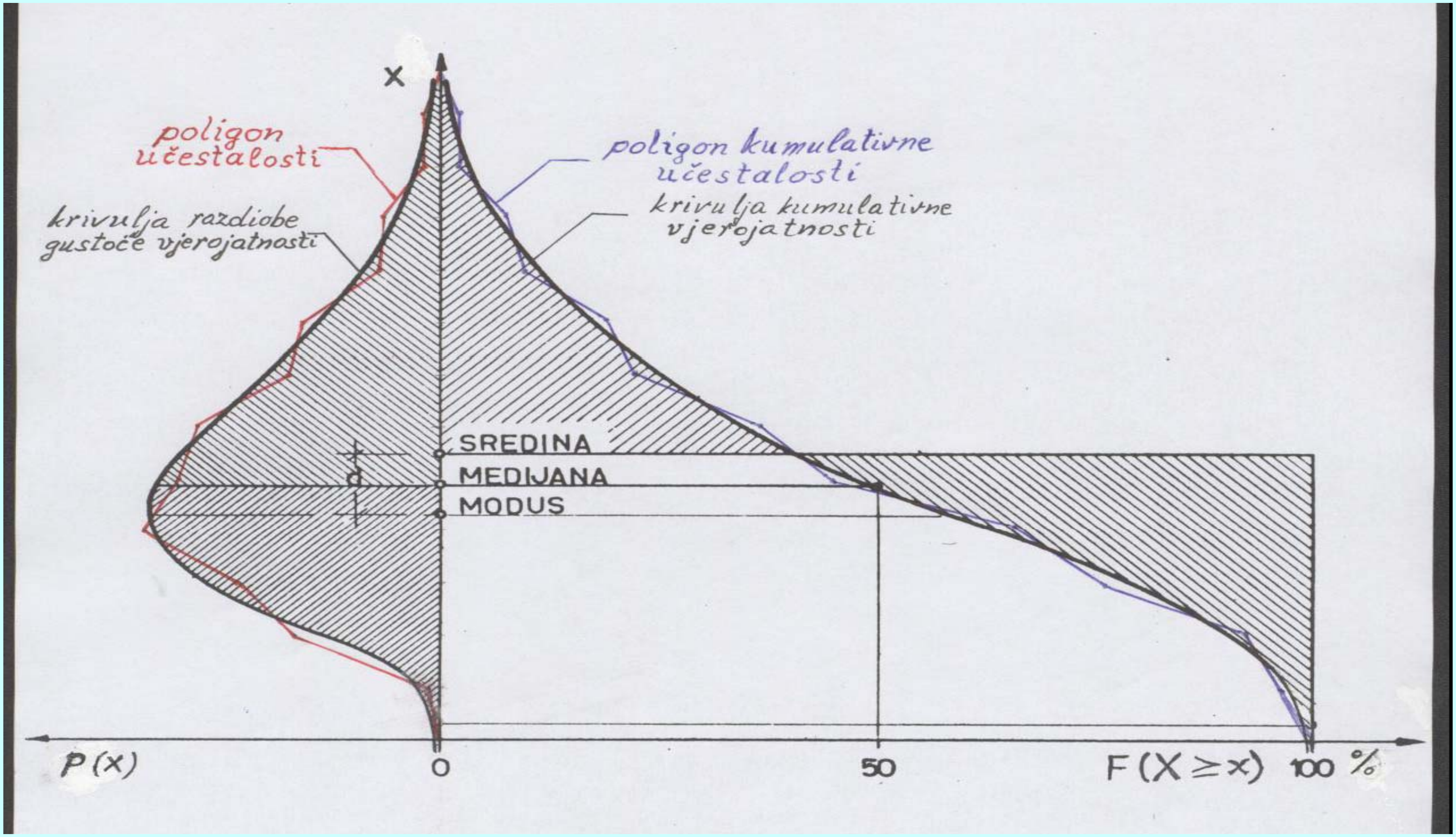
krivulja učestalosti ~ ***krivulja raspodjele gustoće empirijske vjerojatnosti;***

krivulja trajanja ***(krivulja kumulativne učestalosti)*** ~ ***krivulja kumulativne empirijske vjerojatnosti;***

NAČINI PRIKAZIVANJA RASPODJELE GUSTOĆE VJEROJATNOSTI

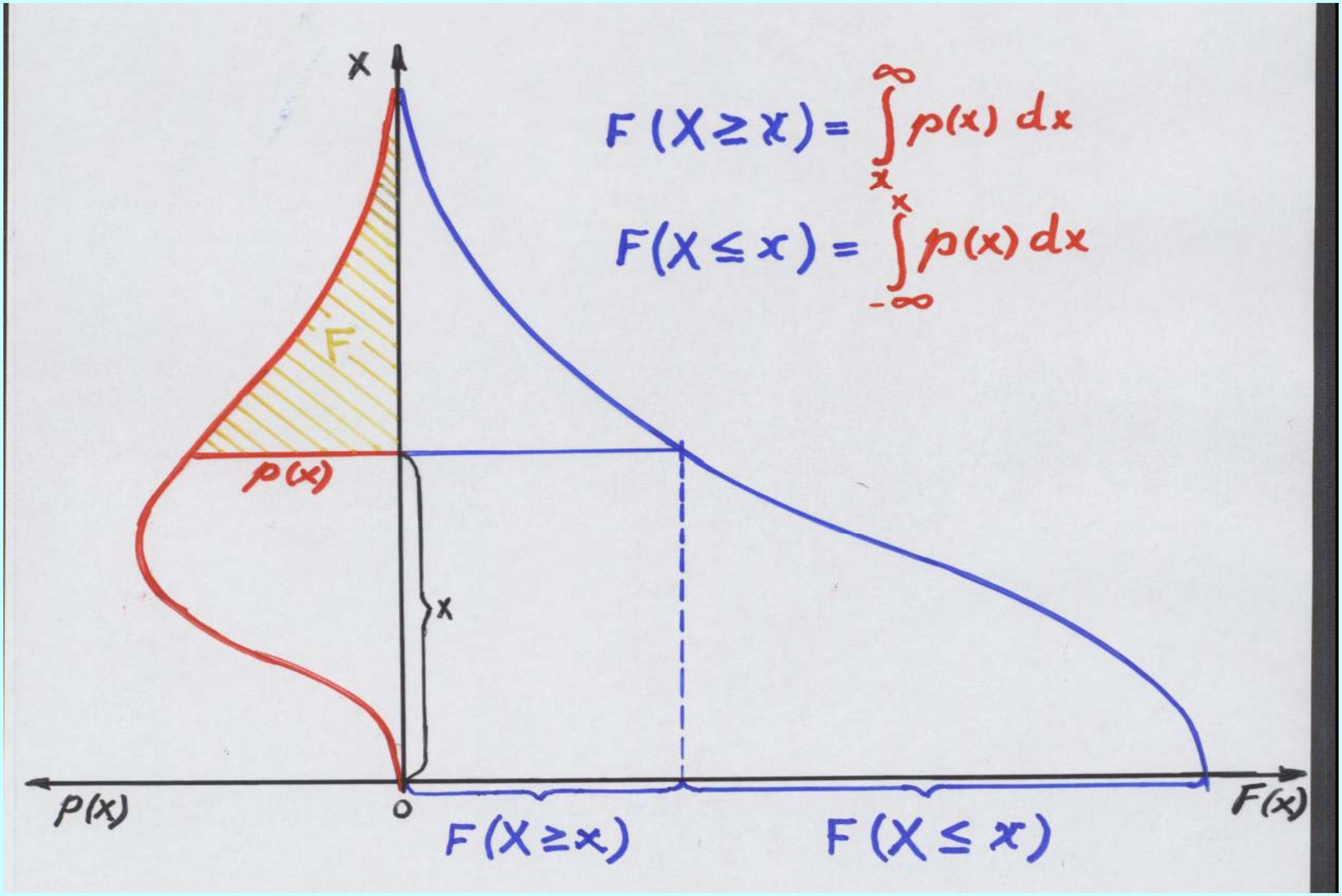


POIMANJE KRIVULJA UČESTALOSTI I VJEROJATNOSTI



Teorijske krivulje razdiobe gustoće vjerojatnosti i krivulje kumulativne vjerojatnosti dane su po raznim autorima u udžbenicima i priručnicima za statistiku i račun vjerojatnosti. Definiraju se pomoću statističkih parametara

Odnos krivulje razdiobe vjerojatnosti i krivulje kumulativne vjerojatnosti



vrijedi: $F(X \geq x) + F(X \leq x) = 1$ $\quad F(X \geq x) = 1 - F(X \leq x)$

NUMERIČKE KARAKTERISTIKE SLUČAJNE VARIJABLE

Srednja *(očekivana)* vrijednost *(aritmetička sredina, centar):*

$$x_{sr} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} f_i \cdot x_i}{N} = \sum_{i=1}^{N} \frac{f_i}{N} \cdot x_i = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \ldots.. + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \ldots.. + f_n}$$

Geometrijska sredina:

$${}_g x_{sr} = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \ldots. \cdot x_n)^{1/n}$$

Harmonijska sredina:

(recipročna vrijednost od srednje vrijednosti recipročnih elemenata skupa)

$${}_h x_{sr} = \frac{N}{\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{x_i}}$$

Medijana: iznos slučajne hidrološke varijable koji odgovara trajanju (*kumulativnoj učestalosti*) T=50 %
(dijeli površnu koju zatvara krivulja učestalosti s koordinatnom osi varijable na dva jednaka dijela);

vrijednost slučajne varijable X koja dijeli njenu funkciju raspodjele gustoće vjerojatnosti na dva jednaka dijela: $\mathrm{F}(X \geq x) = \mathrm{F}(X \leq x) = 1/2$

Modus *(mod):* iznos slučajne hidrološke varijable koji ima najveću učestalost *(za tu vrijednost krivulja trajanja ima točku infleksije)*

to je ona vrijednost slučajne varijable X koja se najčešće javlja, tj. koja ima najveću vrijednost funkcije raspodjele gustoće vjerojatnosti;
ona vrijednost slučajne varijable čija je vjerojatnost najveća

POKAZATELJI DISPERZIJE

Srednje apsolutno odstupanje: $$O(x) = \frac{\sum_{i=1}^{N} f_i \left| x_i - x_{sr} \right|}{N}$$

Obični *(elementarni)* momenti r-*tog* reda: $$m_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} f_i x_i^r$$

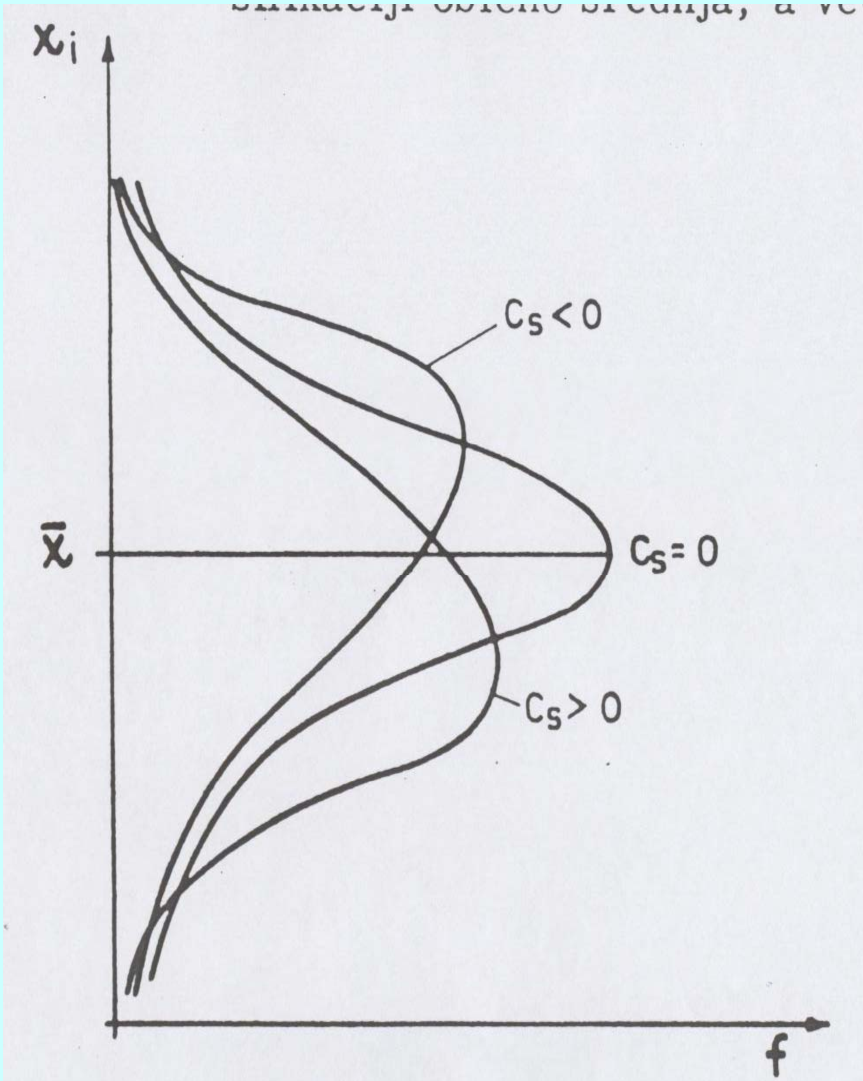
Centralni statistički momenti: $$\mu_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} f_i (x_i - x_{sr})^r$$

Varijanca *(centralni moment drugog reda):* $$\mu_2 = \sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} f_i (x_i - x_{sr})^2$$

Standardna devijacija $\sqrt{\sigma^2}$: $$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} f_i (x_i - x_{sr})^2}$$

Koeficijent varijacije: $$C_v = \frac{\sigma}{x_{sr}} = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} f_i (x_i - x_{sr})^2}}{x_{sr}}$$

KOEFICIJENT (indikator) ASIMETRIJE



Koeficijent asimetrije krivulje učestalosti, odnosno *funkcije raspodjele gustoće vjerojatnosti*:

$$C_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{\mu_3}{\sqrt{\mu_2^3}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} f_i (x_i - x_{sr})^3}{N\sigma^3}$$

služi za ocjenu simetričnosti krivulje učestalosti, odnosno funkcije raspodjele gustoće vjerojatnosti:

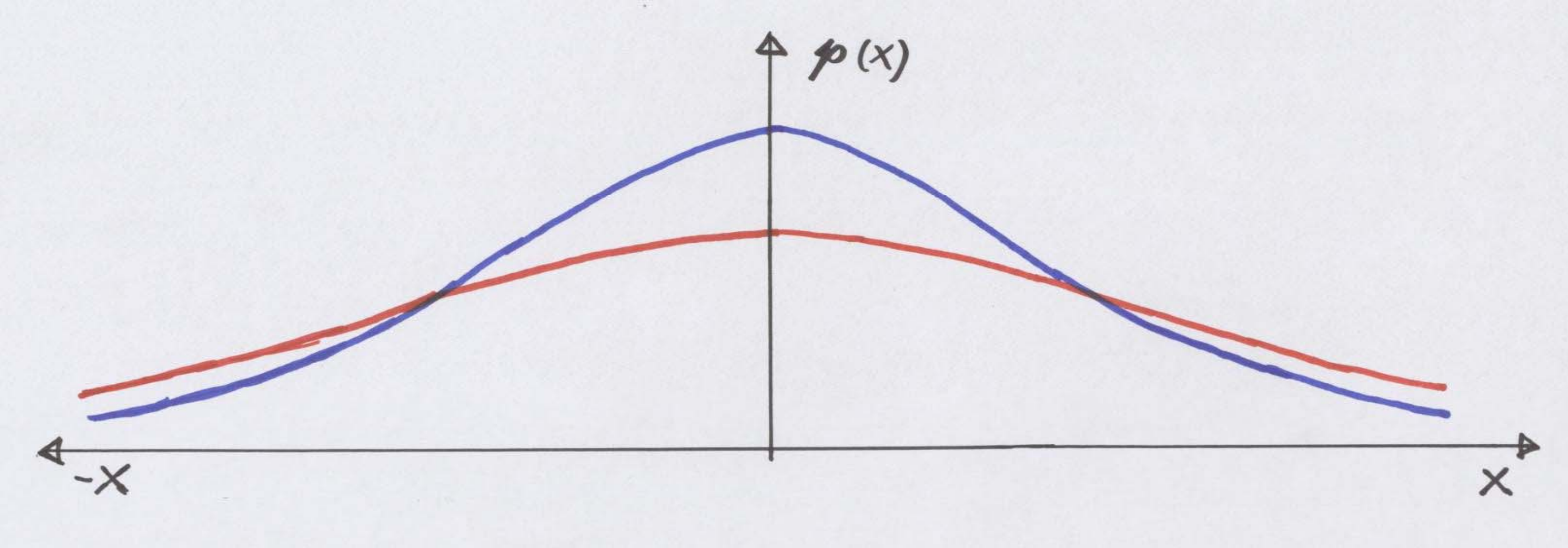
$0,00 < C_s < 0,10$ *nema asimetrije*

$0,10 < C_s < 0,25$ *asimetrija je mala*

$0,25 < C_s < 0,50$ *asimetrija je osrednja*

$C_s > 0,50$ *asimetrija je velika*

KOEFICIJENT (indikator) SPLJOŠTENOSTI



$$E = \frac{\mu_4}{\sigma^4} = \frac{1}{N\sigma^4}\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - x_{sr}\right)^4$$

μ_4 . . . centralni moment četvrtog reda

σ . . . standardna devijacija